

MAT 103 ANALİTİK GEOMETRİ I FİNAL ÇALIŞMA SORULARI

SORU 1. Köşeleri $A(1,4)$ $B(3,0)$ $C(7,2)$ noktaları olan ABC üçgeninin bir ikizkenar dik üçgen olduğunu gösteriniz. (İpucu: \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} ve \overrightarrow{AC} vektörlerinden yararlanın)

SORU 2. Bir ABC üçgeninin ağırlık merkezi G olmak üzere $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$ olduğunu gösteriniz.

SORU 3. Herhangi P_i , $1 \leq i \leq n$ noktaları için

$$\overrightarrow{P_1P_2} + \overrightarrow{P_2P_3} + \dots + \overrightarrow{P_{n-1}P_n} + \overrightarrow{P_nP_1} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 4. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ olsun. $\vec{u} \neq 0$, $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times \vec{w}$ ve $\langle u, v \rangle = \langle u, w \rangle$ ise $v = w$ olduğunu gösteriniz.

SORU 5 $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ olmak üzere “ $u + v + w = 0 \Rightarrow u \times v = v \times w = w \times u$ ” önermesinin doğru olduğunu gösteriniz.

SORU 6. $\vec{u} = (-2, k, 3)$ ve $\vec{v} = (4, -6, m)$ vektörleri paralel ise k ve m=?

SORU 7. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ olsun.

$$\vec{w} = \frac{\|v\|u + \|u\|v}{\|u\| + \|v\|}$$

ile veriliyor. Buna göre u ile v vektörleri arasındaki açının ölçüsünün v ile w vektörleri arasındaki açiya eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 8. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$ vektörleri birbirine dik ve birim vektör olduklarına göre

a) $\|u - v\|^2 = \|u + v\|^2 = 2$

b) $\langle u - v, u + v \rangle = ?$

SORU 9. $\forall \vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ için;

$|\|u\| - \|v\|| \leq \|u - v\|$ olduğunu gösteriniz.

SORU 10. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^2$ olsun. $u = (8,0)$ olarak veriliyor. u vektörünün v vektörü yönündeki dik bileşeni $(4,4)$ olduğu biliniyor. Ayrıca v vektörünün birim vektör yönündeki dik bileşeni $(2,0)$ olduğuna göre v vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

SORU 11. $A(4,-2,1)$ ve $B(1-1,1)$ noktalarından geçen doğrunun parametrik ve standart denklemini yazınız.

SORU 12. Düzlemde $P=(1,2)$ noktası veriliyor. Düzle O (orijin) etrafında $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ rad. döndürüldüğünde P noktasının yeni koordinatları ne olur?

SORU 13. A(-1,2) ve B(1,0) noktalarından geçen doğru $-3x_1 + 2x_2 + 6 = 0$ denklemlerine paralel olduğuna göre a nedir?

SORU 14. $2x_1 - ax_2 - 2 = 0$ doğrusunun $(1 - a)x_1 + 3x_2 - 6 = 0$ doğrusuna dik olması için a ne olmalıdır?

SORU 15. Uzayda $A = (3,-2,1)$ ve $u = (3,1,-1)$ olsun. "A" noktasından geçen ve "u" vektörüne paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

SORU 16. A(3,-2,1) noktasının $Y(t) = (-1,0,3) + t(2,1,4)$ denklemiyle verilen doğru üzerindeki dik izdüşüm noktasını ve bu noktanın doğruya uzaklığını bulunuz.

SORU 17. P(5,3) noktasının $3x_1 + 4x_2 - 12 = 0$ doğrusu üzerindeki dik izdüşümünü bulunuz?

SORU 18. d_1 doğrusu eksenleri (-1,0) ve (0,1) noktalarında kesmektedir. d_2 doğrusu ise eksenleri (3,0) ve (0,5) noktalarında kesmektedir. Buna göre bu doğruların arakesit kümesini bulunuz?

SORU 19. $Y = (1,2,-2) + t(0,-2,1)$ doğrusu ile $Y = (2,0,1) + t(1,3,-1)$ doğruları kesişir mi? (Neden?) Bu iki doğrunun arakesit kümesini bulunuz?

SORU 20. A(1,2) noktasından geçen ve $u=(-3,4)$ vektörüne paralel olan doğru d olsun. P(5,6) noktasının d doğrusuna olan uzaklığını hesaplayınız.

SORU 21. Düzlemde $n_1x_1 + n_2x_2 + c = 0$ ve $n_1'x_1 + n_2'x_2 + c' = 0$ doğruları arasındaki açı θ ise

$$\tan(\theta) = \frac{n_1'n_2 - n_1n_2'}{n_1n_1' + n_2n_2'}$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 22. Düzlemde $\vec{u} = (3,5)$ vektörünün $3x_1 + 5x_2 + c = 0$ şeklindeki tüm doğrulara dik bir vektör olduğunu gösteriniz. **Not:** $N=(a,b)$ vektörü $ax_1 + bx_2 + c = 0$ doğrusuna diktir

SORU 23. $3x_1 + 4x_2 - 1 = 0$ ve $12x_1 - 5x_2 + 6 = 0$ doğrularının açıortay doğrularının $21x_1 - 77x_2 + 43 = 0$ ve $99x_1 + 27x_2 + 17 = 0$ denklemleriyle belirtilen doğrular olduklarını gösteriniz.

SORU 24. A(3,4) noktasından 2 birim uzakta bulunan bütün noktaların oluşturduğu kümeyi bulunuz. Bu küme geometrik olarak ne belirtir?

SORU 25. $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $(-c,0)$ ve $(0,c)$ noktalarına uzaklıklarının kareleri toplamı 4 olan noktaların kümesini bulunuz. Bu küme hangi şart altında geometrik olarak çember belirtir?

SORU 26. $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 10x_2 + 13 = 0$ çemberinin merkezini ve yarıçapını bulun. Bu çember eksenleri keser mi?

SORU 27. Düzlemde $A(-a,0)$ ve $B(0,0)$ noktaları veriliyor. $[AP]$ ve $[BP]$ doğru parçaları dik olacak şekilde seçilen P noktalarının geometrik yerini bulunuz.

SORU 28. $(x_1 + 3)^2 + x_2^2 = 9$ çemberi ile $x_1 - 1 = 0$ doğrusunun ortak noktaları varsa bulunuz.

SORU 29. $43x_1 + 4x_2 - 12 = 0$ doğrusu ile $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 3x_2 = 0$ çemberinin arakesit kümesini bulunuz.

SORU 30. Merkezi $A(-2,3)$ noktasında bulunan ve $4x_1 + 3x_2 - 11 = 0$ denklemlili doğruya teğet olan çemberin denklemini bulunuz?

SORU 31. $4x_1 + 3x_2 + c = 0$ denklemlili doğrunun $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 6x_2 + 9 = 0$ çemberine teğet olması için c ne olmalıdır?

SORU 32. $d: x_2 = mx_1 + 3$ doğrusunun $(x_1 - 1)^2 + x_2^2 = 8$ çemberine teğet olduğuna göre d doğrusunun eğimi nedir?

SORU 33. Ox_2 eksenine teğet olan, merkezi $2x_1 + x_2 + 4 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan ve $(-1,1)$ noktasından geçen çemberin denklemini bulunuz.

SORU 34. Birbirine bir P noktasında teğet olan iki çemberin teğet olduğu P noktasından bu iki çembere teğet doğru çiziliyor. Bu teğet doğru üzerindeki herhangi bir Q noktasından bu çemberlere teğetler çiziliyor. Q noktasının P noktasına uzaklığı ile çemberlere çizilen teğetlerin uzunluklarının eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 35. Düzlemde $(2,-1)$ noktasının $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 - 5x_2 + 1 = 0$ çemberine göre kuvvetini bulunuz.

SORU 36. Bir P noktasının $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 - 5x_2 + 1 = 0$ çemberine göre kuvveti 17 ise P noktasının çemberin merkezine olan uzaklığını bulunuz.

SORU 37. $C_1: x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 + 1 = 0$

$$C_2: x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 12x_2 + 43 = 0$$

çemberleri veriliyor. Bu iki çembere göre kuvveti eşit olan noktaların kümesini bulunuz. Bu küme ne belirtir?

SORU 38. Ox_2 eksenine teğet olan, merkezi $2x_1 + x_2 + 4 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan ve $(-1,1)$ noktasından geçen çemberin denklemini bulunuz.

SORU 39. $A=(0,1)$, $B=(1,1)$ ve $C=(-1,1)$ noktalarından geçen çember var mıdır? Neden?

Varsa bu çemberin denklemini yazınız

SORU 40 $9x_1^2 + 25x_2^2 = 225$ elipsinin $F(c, 0)$ odağına ilişkin doğrultmanına olan uzaklığını bulunuz.

SORU 41. Merkezi başlangıçta bulunan, $(2,2)$ ve $(3,1)$ noktalarından geçen elipsin denklemini bulunuz

SORU 42. Odakları $(-3,0)$, $(3,0)$ noktaları ve dış merkezlik sayısı $\frac{1}{3}$ olan elipsin denklemini bulunuz

SORU 43 Merkezi başlangıçta bulunan, $(6,4)$ noktasından geçen ve asal eksen uzunluğu 18 olan elipsin denklemini bulunuz

SORU 44. $4x_1^2 + 9x_2^2 = 36$ elipsinin odaklarının birinden geçen ve asal eksene dik olarak çizilen kirişin uzunluğunu bulunuz

SORU 45. $4x_1^2 + 9x_2^2 = 36$ elipsinin $x_1 + x_2 = 0$ doğrusu ile varsa ortak noktalarını bulunuz

SORU 46. $(-5,0)$ ve $(5,0)$ noktalarına uzaklıklarına farkının mutlak değeri 6 olan noktaların kümesini belirtiniz.

SORU 47. $9x_1^2 - 25x_2^2 = 225$ hiperbolünün dış merkezlik sayısını bulunuz

SORU 48. $x_1^2 - 4x_2^2 = 4$ hiperbolünün $(4, \sqrt{3})$ noktasındaki teğet ve normal denklemlerini bulunuz

SORU 49. $x_1 - x_2 = 0$ doğrusu ile $9x_1^2 - 4x_2^2 = 36$ hiperbolünün varsa ortak noktalarını bulunuz.

SORU 50. $9x_1^2 - 25x_2^2 = 225$ hiperbolünün odaklarından birinden asal eksene dik olarak çizilen kirişinin uzunluğunu bulunuz

SORU 51. Tepesi $(0,0)$ noktası ve odağı $(3,0)$ noktası olan parabolün denklemini bulunuz

SORU 52. Odağı $(-1,3)$ noktası ve doğrultmanı $3x_1 - 5x_2 - 2 = 0$ olan parabolün denklemini bulunuz

SORU 53. Odağı $(0,0)$ noktası ve doğrultmanı $2x_1 - x_2 + 3 = 0$ olan parabolün denklemini bulunuz

SORU 54. Tepesi $(-2,5)$ noktası ve odağı $(-2,1)$ noktası olan parabolün denklemini bulunuz

SORU 55. $x_2^2 = 2x_1p$ parabolünün (q_1, q_2) noktasındaki teğetinin denkleminin

$q_2x_2 = p(q_1 + x_1)$ olduğunu gösteriniz.

SORU 56. $b^2x_1^2 - a^2x_2^2 = a^2b^2$ hiperbolünde eğer $a = b$ ise bu hiperbole ikizkenar hiperbol denir. İkizkenar bir hiperbolde asimptotların dik kesiştiğini gösteriniz.

SORU 57. İkizkenar bir hiperbolde, hiperbol üzerindeki bir noktanın odaklara uzaklığı, o noktanın koordinatlarının kareleri toplamına eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 58. $(-2,0)$ ve $(2,0)$ noktalarına uzaklıkları toplamı 6 olan noktaların kümesini yazınız.

SORU 59. $x_2 = x_1 + m$ doğrularının, $9x_1^2 + 16x_2^2 = 144$ elipsini kestiği noktaların orta noktalarının geometrik yerini bulunuz.

SORU 60. $9x_1^2 + 16x_2^2 = 144$ elipsinin üzerindeki $(2, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ noktasından çizilen teğetin orijin noktasına uzaklığını hesaplayınız.

SORU 61. $9x_1^2 - 25x_2^2 = 225$ hiperbolünün parametrik denklemini bulunuz.

SORU 62. $x_2^2 = 4x_1$ parabolünün $Q(1,2)$ noktasındaki teğet doğrusunun orjin noktasına olan uzaklığını bulunuz.

SORU 63. $-x_1 + x_2 + 10$ ve $-\sqrt{2}x_1 + x_2 - 1 = 0$ doğruları arasındaki açıyı bulunuz

SORU 64. Düzlemde $P(5,3)$ noktasının $d: 3x_1 + 4x_2 - 10 = 0$ doğrusu üzerindeki dik izdüşüm noktasını bulunuz. Ayrıca P nin bu d doğrusuna uzaklığını hesaplayınız.

SORU 65. $b^2x_1^2 - a^2x_2^2 = a^2b^2$ hiperbolünün doğrultmanları b asal eksenleri kestiği noktalar K ve K' olduğuna göre $|OF| \cdot |OK| = a^2$ ve $|OF'| \cdot |OK'| = a^2$ olduklarını gösteriniz

SORU 66. $u, v, w \in R^3$ olmak üzere $u = 0$ veya $v = 0$ ise $u \times (v \times w) = 0$ olduğunu gösteriniz.

SORU 67. Parametrik denklemleri $x_1 = 5 \cos t$, $x_2 = 3 \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$) olan elipsin denklemini bularak bu elipsi çiziniz.

SORU 68. $4x_1^2 + 9x_2^2 = 36$ elipsinin parametrik denklemini yazınız.

SORU 69. $4x_1^2 + 9x_2^2 = 72$ elipsi üzerinde $d: 2x_1 - 3x_2 - 18 = 0$ doğrusuna en yakın noktayı bulunuz. Bu nokta d doğrusuna kaç birim uzaklıktadır?

SORU 70. $d: x_1 - x_2 = 5$ doğrusu odakları $F(3,0)$ ve $F'(-3,0)$ olan elipse teğet olduğuna göre bu elipsin denklemini bulunuz.

SORU 71. $d: x_2 = 2x_1 - 5$ doğrusunun $4x_1^2 + 9x_2^2 = 36$ elipsi içinde kalan parçasının uzunluğunu bulunuz.

SORU 72. $9x_1^2 - 4x_2^2 = 36$ hiperbolünün asimptotlarını bularak bu hiperbolü çiziniz

SORU 73. $9x_1^2 - 4x_2^2 = 36$ hiperbolüne $S(1,0)$ noktasından çizilen teğetlerin denklemini ve değme noktalarının koordinatlarını bulunuz.