

ALİŞTIRMALAR

1) Aşağıdaki toplamaları açık olarak yazınız.

a) $\sum_{i=1}^4 i^3$ b) $\sum_{i=1}^n 3^i$ c) $\sum_{j=3}^n \frac{(-2)^j}{(j-2)^2}$

d) $\sum_{n=1}^k \sin\left(\frac{n\pi}{3k}\right)$

2) Aşağıdakileri toplam olarak yazınız.

a) $5 + 6 + 7 + 8 + 9$

b) $\overbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}^{200 \text{ tane}}$

c) $2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots - 99^2$

d) $1 + x + x^2 + \dots + x^n$

e) $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

f) $\sum_{j=0}^{99} \sin j$ ifadesini $\sum_{i=1}^n f(i)$ biçiminde yazınız.

3) Aşağıdaki toplamaları hesaplayınız.

a) $\sum_{i=2}^6 (i-1)$ b) $\sum_{i=1}^n (i^2 + 2i)$

c) $\sum_{i=m}^n (2i-1)$ ($m < n$)

d) $\sum_{k=1}^n (\pi^k - 3)$ e) $\sum_{m=1}^n \ln m$ f) $\sum_{i=1}^{200} 2$

g) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots + x^{2n}$

h) $2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots - 99^2$

i) $\sum_{j=1}^m (2^j - 2^{j-1})$ i) $\sum_{j=1}^n \frac{1}{j(j+1)}$

4) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int e^{5-2x} dx$ b) $\int \cos(ax+b) dx$ c) $\int \sqrt{3x+4} dx$

d) $\int e^{2x} \sin(e^{2x}) dx$ e) $\int \frac{x^2}{(x^3-2)^{\frac{5}{2}}} dx$ f) $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

g) $\int \frac{x}{(4x^2+1)^5} dx$ h) $\int x^2 2^{x^3-1} dx$ i) $\int x e^{x^2} dx$

j) $\int \frac{x^2 dx}{2+x^6}$ k) $\int \frac{\cos x}{4+\sin^2 x} dx$ l) $\int \frac{ds}{\sqrt{4-5s}}$

m) $\int \frac{t}{\sqrt{4-t^4}} dt$ n) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ o) $\int \frac{ax-b}{\sqrt{A^2-B^2x^2}} dx$

p) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-2x-x^2}}$ q) $\int \tan x \ln(\cos x) dx$ r) $\int \frac{2t+3}{t^2+9} dt$

- s) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 13}$
- 5) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
- a) $\int \sin^3 x \cos^5 x dx$ b) $\int \sin(ax) \cos^2(ax) dx$ c) $\int \sin^6 x dx$
d) $\int \sec^5 x \tan x dx$ e) $\int \sqrt{\tan x} \sec^4 x dx$ f) $\int \cos x \sin^4(\sin x) dx$
g) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ h) $\int \frac{\cos^4 x}{\sin^8 x} dx$ i) $\int \csc^5 x \cot^5 x dx$
- 6) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
- a) $\int x \cos x dx$ b) $\int (x+3)e^{2x} dx$ c) $\int x^3 \ln x dx$
d) $\int (x^2-2x)e^{kx} dx$ e) $\int x^2 \cos(\pi x) dx$ f) $\int x^5 e^{-x^2} dx$
g) $\int x e^{\sqrt{x}} dx$ h) $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$ i) $\int \arctan x dx$
j) $\int x \sin^2 x dx$ k) $\int \arcsin x dx$ l) $\int x e^x \cos x dx$
- 7) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
- a) $\int e^{2x} \sin(3x) dx$ b) $\int x \sec^2 x dx$
c) $\int \cos(\ln x) dx$ d) $\int \arccos x dx$
- 8) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
- a) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ b) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$ c) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9-x^2}}$
d) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}}$ e) $\int \frac{x+1}{\sqrt{9-x^2}} dx$ f) $\int \frac{dx}{(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}}$
g) $\int \frac{x^2 dx}{(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ h) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-a^2}}$ i) $\int \frac{dx}{x^2+2x+10}$
j) $\int \frac{dx}{(4x^2+4x+5)^2}$ k) $\int \frac{xdx}{\sqrt{2ax-x^2}}$ l) $\int \frac{xdx}{(3-2x-x^2)^{\frac{3}{2}}}$
m) $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x}}$
- 9) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
- a) $\int \frac{2dx}{2x-3}$ b) $\int \frac{xdx}{\pi x+2}$ c) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$
d) $\int \frac{dx}{x^2-9}$ e) $\int \frac{x^2 dx}{x^2+x-2}$ f) $\int \frac{x-2}{x^2+x} dx$
g) $\int \frac{dx}{1-6x+9x^2}$ h) $\int \frac{x^2+1}{6x-9x^2} dx$ i) $\int \frac{dx}{x(x^2-a^2)}$
j) $\int \frac{dx}{x^3-4x^2+3x}$ k) $\int \frac{dx}{(x^2-1)^2}$ l) $\int \frac{dx}{x^4-3x^3}$
m) $\int \frac{tdt}{(t+1)(t^2+1)^2}$ n) $\int \frac{dt}{(t-1)(t^2-1)^2}$ o) $\int \frac{dx}{e^{2x}-4e^x+4}$
- 10) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

- a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-2}} dx$ b) $\int \sqrt{(x^2+4)^3} dx$
c) $\int \frac{dt}{t^2\sqrt{3t^2+5}}$ d) $\int x\sqrt{2x-x^2} dx$
- 11) Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.
a) $y = 3x, y = 0; x = 0, x = 1$ ile sınırlanan bölge
b) $y = 2x + 1, y = 0; x = 1, x = 3$ ile sınırlanan bölge
c) $y = x^2, y = 0; x = 0, x = 1$ ile sınırlanan bölge
d) $y = x^2 + 2x + 3, y = 0; x = -1, x = 2$ ile sınırlanan bölge
e) $y = 1 - x, y = 0; x = 2, x = 4$ ile sınırlanan bölge
f) $y = 4x - x^2 + 1, y = 1$ ile sınırlanan bölge

12) Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

- a) $\int_0^2 x^3 dx$ b) $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ c) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x^2} dx$
d) $\int_0^1 (x^5 + x^3) dx$ e) $\int_{-1}^2 (3x^2 - 4x + 2) dx$
f) $\int_{-2}^2 (x^2 + 3)^2 dx$ g) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{6}} \cos x dx$ h) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin \theta d\theta$
i) $\int_{-\pi}^{\pi} e^x dx$ j) $\int_0^e a^x dx$ k) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}$
l) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

13) $\int_{-1}^2 \operatorname{sgn} x dx$ integralini hesaplayınız.

14) $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$ olmak üzere, $\int_{-3}^2 f(x) dx$ belirli integralini hesaplayınız.

15) $g(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ olmak üzere, $\int_0^2 g(x) dx$ belirli integralini hesaplayınız.

16) $\int_0^3 (2 - |x|) dx$ integralini hesaplayınız.

17) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} \operatorname{sgn}(x-1) dx$ integralini hesaplayınız.

18) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int_{-3}^4 (|x+1| - |x-1| + |x+2|) dx$ b) $\int_0^3 \frac{x^2 - x}{|x-1|} dx$

19) $f(x) = |x+1| \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığındaki ortalama değerini bulunuz.

20) Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.

- a) $y = x^4, y = 0; x = 0, x = 1$
b) $y = \frac{1}{x}, y = 0; x = e, x = e^2$
c) $y = x^2 - 4x, x - \text{ekseni}$
d) $y = 5 - 2x - 3x^2, y = 0; x = -1, x = 1$
e) $y = x^2 - 3x + 3, y = 1$
f) $y = x^2$ ve $x = y^2$
g) $y = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}}, y = 0; x = 0, x = 1$

21) Aşağıdaki fonksiyonların yanlarında verilen aralıklardaki ortalama değerlerini bulunuz.

- a) $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3, [0, 2]$
b) $f(x) = e^{3x}, [-2, 2]$
c) $f(x) = 2^x, [0, \frac{1}{\ln 2}]$
d) $g(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1 \\ 1, & 1 < t \leq 3 \end{cases}, [0, 3]$

22) Aşağıdaki türevleri alınız.

- a) $\frac{d}{dx} \int_2^x \frac{\sin t}{t} dt$ b) $\frac{d}{dt} \int_t^3 \frac{\sin x}{x} dx$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^0 \frac{\sin t}{t} dt$
d) $\frac{d}{dx} x^2 \int_0^{x^2} \frac{\sin u}{u} du$ e) $\frac{d}{dt} \int_{-\pi}^t \frac{\cos y}{1+y^2} dy$
f) $\frac{d}{d\theta} \int_{\sin \theta}^{\cos \theta} \frac{1}{1-x^2} dx$
g) $F(t) = \int_0^t \cos(x^2) dx$ olmak üzere, $\frac{d}{dx} F(\sqrt{x}) = ?$

23) $f(x) = \pi(1 + \int_1^x f(t) dt)$ integral denklemini çözünüz.

24) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} (\sin(\frac{\pi}{n}) + \sin(\frac{2\pi}{n}) + \sin(\frac{3\pi}{n}) + \dots + \sin(\frac{n\pi}{n}))$ limitini hesaplayınız.

25) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} ((1 + \frac{1}{n})^5 + (1 + \frac{2}{n})^5 + \dots + (1 + \frac{n}{n})^5)$ limitini hesaplayınız.

26) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \dots + \frac{n}{2n^2})$ limitini hesaplayınız.

27) Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

a) $\int_0^4 x^3(x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$

c) $\int_{\frac{e}{x}}^{e^2} \frac{dt}{t \ln t}$ d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin^5 x dx$

28) $y = \frac{x}{x^2 + 16}$, $y = 0$ ve $x = 2$ ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

29) Aşağıda verilen eğrilerle sınırlı düzlemsel bölgelerin alanlarını bulunuz.

a) $y = x$, $y = x^2$
b) $y = x^2 - 5$, $y = 3 - x^2$
c) $2y = 4x - x^2$, $2y + 3x = 6$
d) $y = x^3$, $y = x$
e) $y = x^3$, $x = y^2$
f) $x = y^2$, $x = 2y^2 - y - 2$
g) $y = \frac{1}{x}$, $2x + 2y = 5$
h) $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{1}{x^2 + 1}$
i) $y = \frac{4}{x^2}$, $y = 5 - x^2$

30) Aşağıda verilen bölgelerin alanlarını bulunuz.

a) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$
b) $y = \sin x$, $y = \sin^2 x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$
c) $y = \frac{4x}{\pi}$, $y = \tan x$, $x = 0$
d) $y = \sin(\frac{\pi x}{2})$, $y = x$

31) $y = e^x$ eğrisi, $x = 0$ doğrusu ve $x = 1$ noktasında $y = e^x$ eğrisine teğet olan teğet doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanını bulunuz.

32) $y^2 = x^2 - x^4$ eğrisinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

33) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^5 x dx$ belirli integralini hesaplayınız.

34) f ve g , $[a, b]$ aralığı üzerinde türevlenebilir ve $f(a) = g(a) = f(b) = g(b) = 0$ olmak üzere

$$\int_a^b f(x)g''(x)dx = \int_a^b f''(x)g(x)dx$$

olduğunu gösteriniz.

35) Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

a) $\int_{-\ln 2}^0 e^x \sqrt{1 - e^{2x}} dx$ b) $\int_{-1}^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

36) Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\text{a) } \int \frac{d\theta}{2 + \sin \theta} \quad \text{b) } \int \frac{d\theta}{3 + 2 \cos \theta} \quad \text{c) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{1 + \cos \theta + \sin \theta}$$

37) $y = \frac{9}{x^4 + 4x^2 + 4}$ eğrisi ile $y = 1$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

38) $x^2 + y^2 = a^2$ çemberi ile $y = b$ ($-a \leq b \leq a$) doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

39) $x^2 + y^2 = 25$ ve $xy = 12$ eğrileri arasında kalan bölgenin I . bölgede kalan kısmının alanını bulunuz.

40) Aşağıdaki integrallerin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını gösteriniz.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_2^{\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx & \text{b) } \int_0^{\infty} e^{-2x} dx & \text{c) } \int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+1)^{\frac{2}{3}}} \\ \text{d) } \int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{\frac{1}{3}}} & \text{e) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)^{\frac{2}{3}}} & \text{f) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} \\ \text{g) } \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{h) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx & \text{i) } \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \\ \text{j) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx & \text{k) } \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx & \end{array}$$

41) $y = 0$ doğrusu altında, $y = \ln x$ eğrisinin üstünde ve $x = 0$ doğrusunun sağında kalan bölgenin alanını bulunuz.

42) $y = e^{-x}$ altında, $y = e^{-2x}$ üstünde ve $x = 0$ doğrusunun sağında kalan bölgenin alanını bulunuz.

43) $y = 0$ doğrusunun üstünde, $x = 1$ doğrusunun sağında ve $y = \frac{4}{2x+1} - \frac{2}{x+2}$ eğrisinin altında kalan bölgenin alanını bulunuz.

44) Aşağıdaki integrallerin yakınsaklık durumunu karşılaştırma testinde yararlanarak inceleyiniz.

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} \quad \text{b) } \int_2^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2 - 1} dx$$

45) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ olmak üzere aşağıdakileri hesaplayınız.

$$\text{a) } \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx \quad \text{b) } \int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$$

46) Disk ve Kabuk yöntemlerini kullanarak aşağıdaki bölgelerin x - *ekseni* etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.

$$\text{a) } y = x^2, y = 0, x = 1$$

- b) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 1$
- 47) $y = x(2-x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ ile sınırlanan bölgenin x -ekseni ve y -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
- 48) $y = x$ ve $x = 4y-y^2$ ile sınırlanan bölgenin x -ekseni ve y -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
- 49) $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$ ile sınırlanan bölgenin x -ekseni ve y -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
- 50) $y = e^{-x}$, $y = 0$, $x = 0$ ile sınırlanan bölgenin x -ekseni ve y -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.