

## 1 ALIŞTIRMALAR (Genelleştirilmiş İntegraller)

1. Aşağıdaki integrallerin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını gösteriniz.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_2^{\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx & \text{b)} \int_0^{\infty} e^{-2x} dx & \text{c)} \int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+1)^{\frac{2}{3}}} \\ \text{d)} \int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{\frac{1}{3}}} & \text{e)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)^{\frac{2}{3}}} & \text{f)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} \\ \text{g)} \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{h)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx & \text{i)} \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \\ \text{j)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx & \text{k)} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx & \end{array}$$

2.  $y = 0$  doğrusu altında,  $y = \ln x$  eğrisinin üstünde ve  $x = 0$  doğrusunun sağında kalan bölgenin alanını bulunuz.

## 2 ALIŞTIRMALAR (Matrisler)

1.  $A$ ,  $4 \times 5$ ;  $B$ ,  $4 \times 5$ ;  $C$ ,  $5 \times 2$ ;  $D$ ,  $2 \times 2$ ;  $E$ ,  $5 \times 4$  boyutlarında matrisler olsun. Aşağıdakilerden hangileri tanımlıdır? Tanımlı işlemlerin sonuç matrisinin boyutunu bulunuz.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} BA & \text{b)} AC + D & \text{c)} AE + B & \text{d)} AB + B \\ \text{e)} E(A + B) & \text{f)} E(AC) & \text{g)} E^t A & \text{h)} (A^t + E)D \end{array}$$

2. Aşağıdaki matris eşitliğini  $a, b, c, d$  için çözüünüz.

$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Aşağıdaki

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

matrislerini ele alalım. (Mümkün ise) aşağıdakileri hesaplayınız.

- a)  $D + E$       b)  $D - E$       c)  $5A$       d)  $-7C$   
e)  $2B - C$       f)  $4E - 2D$       g)  $-3(D + 2E)$       h)  $A - A$   
i)  $tr(D)$       j)  $tr(D - 3E)$       k)  $4.tr(7B)$       l)  $tr(A)$

4. Alıştırma 3 deki matrisleri kullanarak (mümkün ise) aşağıdakileri hesaplayınız.

- a)  $2A^t + C$       b)  $D^t - E^t$       c)  $(D - E)^t$       d)  $B^t + 5C$

- e)  $\frac{1}{2}C^t - \frac{1}{4}A$       f)  $B - B^t$       g)  $2E^t - 3D^t$       h)  $(2E^t - 3D^t)^t$

5. Alıştırma 3 deki matrisleri kullanarak (mümkün ise) aşağıdakileri hesaplayınız.

- a)  $AB$       b)  $BA$       c)  $(3E).D$       d)  $(AB)C$

- e)  $A(BC)$       f)  $CC^t$       g)  $(DA)^t$       h)  $(C^tB)A^t$   
i)  $tr(DD^t)$       j)  $tr(4E^t - D)$       k)  $tr(C^tA^t + 2E^t)$

6. Alıştırma 3 deki matrisleri kullanarak (mümkün ise) aşağıdakileri hesaplayınız.

- a)  $(2D^t - E)A$       b)  $(4B)C + 2B$       c)  $(-AC)^t + 5D^t$

- d)  $(BA^t - 2C)^t$       e)  $B^t(CC^t - A^tA)$       f)  $D^tE^t - (ED)^t$

7.  $A$  ve  $B$  matrisleri

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

olsun. Aşağıdakileri hesaplayınız.

- a)  $AB$  nin birinci satırını      b)  $AB$  nin üçüncü satırını  
c)  $AB$  nin ikinci sütununu      d)  $BA$  nın birinci sütununu  
e)  $AA$  nın üçüncü satırını      f)  $AA$  nın üçüncü sütununu

8.  $a = 4$ ,  $b = -7$ ,  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & -7 & 6 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & 7 & 4 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$  olsun. Aşağıdakileri gösteriniz.

- a)  $A + (B + C) = (A + B) + C$   
b)  $(AB)C = A(BC)$   
c)  $(a + b).C = aC + bC$   
d)  $a.(B - C) = aB - aC$

9. Alıştırma 8 deki matris ve skalerleri kullanarak aşağıdakileri gösteriniz.

- a)  $a.(BC) = (aB).C = B.(aC)$
- b)  $A(B - C) = AB - AC$
- c)  $(B + C)A = BA + CA$
- d)  $a(bC) = (ab)C$

10. Alıştırma 8 deki matris ve skalerleri kullanarak aşağıdakileri gösteriniz.

- a)  $(A^t)^t = A$
- b)  $(A + B)^t = A^t + B^t$
- c)  $(a.C)^t = aC^t$
- d)  $(AB)^t = B^t.A^t$

11. Aşağıdaki matrislerin terslerini bulunuz.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

12. Alıştırma 11 deki  $A, B, C$  matrisleri için

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \quad \text{ve} \quad (ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$$

olduğunu gösteriniz.

13.  $A$  ve  $B$  aynı boyutta matrisler olmak üzere

$$(AB)^2 = A^2B^2$$

geçerli bir matris özdeşliğimidir?

14.  $A$  tersinir bir matris ve tersi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

olsun.  $A$  matrisini bulunuz.

15.  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  matrisinin tersini bulunuz.

16. Bir kare  $A$  matrisi için  $A^2 - 3A + I = 0$  olsun. O zaman,  $A^{-1} = 3I - A$  olduğunu gösteriniz.

17.  $A$  bir kare matris olsun.  $A^t = A$  ise  $A$  matrisine simetrik matris,  $A^t = -A$  ise  $A$  matrisine ters-simetrik matris denir.

buna göre,  $B$  bir kare matris olmak üzere

- a)  $BB^t$  ve  $B + B^t$  simetrik matris olduğunu gösteriniz.
- b)  $B - B^t$  ters-simetrik matris olduğunu gösteriniz.