

DİFERENSİYEL GEOMETRİ SORULARI

Adı Soyadı:

No:

Soru 1: $\alpha(t) = (6t, t^3, 3t^2)$ eğrisinin

- T,N,B Frenet vektörlerini bulunuz.
- $\alpha(0)$ noktasındaki oskilatör düzlem denklemini bulunuz.

Soru 2: $\alpha(t) = (a \cos t, bt, a \sin t)$ eğrisi veriliyor.

- Bu eğri birim hızlı mıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz.
- Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

Soru 3 a) $\alpha(t) = (2t, t^2 + 1, t - 1)$ eğrisinin düzlemsel eğri olduğunu gösteriniz.

b) Bu eğrinin üzerinde yattığı düzlemin denklemini bulunuz.

Soru 4. $\alpha : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ eğri ve $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dönüşümü veriliyor.
 $s \rightarrow \alpha(s)$ $(x, y, z) \rightarrow F(x, y, z) = (\lambda x, \lambda y, \lambda z)$

$\beta(s) = F(\alpha(s))$ olmak üzere “ α eğrisi helis eğrisidir ancak ve ancak β eğrisi helis eğrisidir” Önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 5:a) $\alpha(s) = (a \cos(\frac{s}{\sqrt{2}a}), a \sin(\frac{s}{\sqrt{2}a}), \frac{s}{\sqrt{2}})$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin

geometrik yeri olan $\beta(s)$ eğrisini bulunuz.

b) $\beta(s)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerinin de $\alpha(s)$ olduğunu gösteriniz.

Soru 6: a) Eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yeri $(M(s) = \alpha(s) + \frac{1}{\kappa} N)$

sabit bir nokta olan eğriler sadece çemberlerdir ispatlayınız.

b) $\alpha(s) = (2 \cos(\frac{s}{2}), 2 \sin(\frac{s}{2}), 1)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerini bulunuz.

Soru 7. $\alpha(t) = (t^3, 6t, 3t^2)$ eğrisi veriliyor.

- Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.
- Bu helis eğrisinin doğrultmanını (eğrinin teğeti ile sabit açı yapan sabit doğrultu) bulunuz.

Soru 8: $\alpha(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ eğrisinin

- T,N,B Frenet vektörlerini bulunuz.
- $\alpha(0)$ noktasındaki oskilatör düzlem denklemini bulunuz

Soru 9: Düzlemde eğriliği sabit olan eğrilerin sadece doğrular ve çemberler olduğunu ispatlayınız.

Soru 10: $\alpha(t) = (2t + 1, 3 \cos t, 3 \sin t)$ eğrisi veriliyor.

- Bu eğri birim hızlı mıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz.
- Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

Soru 11. a) $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, \cos t)$ eğrisinin düzlemsel eğri olduğunu gösteriniz.

b) Bu eğrinin üzerinde yattığı düzlemin denklemini bulunuz.

Soru 12. a) Eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yeri sabit bir nokta olan eğriler sadece çemberlerdir ispatlayınız.

b) $\alpha(s) = (2\cos(\frac{s}{2}), 2\sin(\frac{s}{2}), 1)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerini bulunuz.

Soru 13: a) Bir $\alpha(s)$ eğrisinin eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yerinin yer vektörü

$$M(s) = \alpha(s) + \frac{1}{\kappa} N$$

dir. Buna göre “ $M(s)$ yer vektörü eğrisinin teğeti, $\alpha(s)$ eğrisinin binormalidir ancak ve ancak $\alpha(s)$ eğrisinin eğriliği (κ) sabittir” önermesini ispatlayınız.

b) $\alpha(s) = (a\cos(\frac{s}{\sqrt{2}a}), a\sin(\frac{s}{\sqrt{2}a}), \frac{s}{\sqrt{2}})$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik

yeri olan $\beta(s)$ eğrisini bulunuz. $\beta(s)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerinin de $\alpha(s)$ olduğunu gösteriniz.

Soru 14 : $\alpha(t) = (a\cos t - b\sin t, a\sin t + b\cos t, ct)$ eğrisi veriliyor.

Bu eğri birim hızlı mıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametrelayiniz.

Soru 15 : $\alpha(t) = (ae^t \cos t, ae^t \sin t, be^t)$ eğrisi veriliyor.

Bu eğri birim hızlı mıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametrelayiniz

Soru 16 $\alpha(t) = (ae^t \cos t, ae^t \sin t, be^t)$ eğrisi veriliyor. Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz. Bu helis eğrisinin doğrultmanını (eğrinin teğeti ile sabit açı yapan sabit doğrultu) bulunuz

Soru 17 : $\alpha(t) = (ae^t \cos t, ae^t \sin t, be^t)$ eğrisine eliptik helis denir. Eliptik helisin sabit eğriliğe sahip olması için gerek ve yeter koşulun $a^2 = b^2$ olmasıdır.

Soru 18. $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$ eğrisinin $\alpha(0) = (0, 0, 0)$ noktasındaki osklatör, rektifiyan ve normal düzlemlerinden denklemini bulunuz.