

ALİŞTIRMALAR 4

1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

- (a) $\log_5 125 = ?$ $C : 3$
(b) $\log_{\frac{1}{3}} 3^{2x} = ?$ $C : -2x$
(c) $10^{-\log_{10}(\frac{1}{x})} = ?$ $C : x$
(d) $(\log_a b)(\log_b a) = ?$ $C : 1$
(e) $(\log_4 16)(\log_4 2) = ?$ $C : 1$
(f) $\log_6 9 + \log_6 4 = ?$ $C : 2$
(g) $\log_a(x^4 + 3x^2 + 2) + \log_a(x^4 + 5x^2 + 6) - 4\log_a(\sqrt{x^2 + 2}) = ?$
 $C : \log_a(x^4 + 4x^2 + 3)$
(h) $2^{2x} = 5^{x+1} \implies x = ?$ $C : \frac{\log_a 5}{\log_a(\frac{4}{5})}$
(i) $\log_x 3 = 5 \implies x = ?$ $C : 3^{\frac{1}{5}}$
(j) $\log_4(x+4) - 2\log_4(x+1) = \frac{1}{2} \implies x = ?$ $C : \{-2, \frac{1}{2}\}$
(k) $\ln \frac{1}{e^{3x}} = ?$ $C : -3x$
(l) $3\ln 4 - 4\ln 3 = ?$ $C : \ln \frac{64}{81}$
(m) $2\ln x + 5\ln(x-2) = ?$ $C : \ln x^2(x-2)^5$

2. Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

- (a) $2^{x+1} = 3^x \implies x = ?$ $C : \frac{\ln 2}{\ln(\frac{3}{2})}$
(b) $\frac{1}{2^x} = \frac{5}{8x+3} \implies x = ?$ $C : \frac{\ln 5 - 9\ln 2}{2\ln 2}$

3. $y = \ln(\frac{x}{2-x})$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz. $C : (0, 2)$

4. $\ln(2x-5) > \ln(7-2x)$ eşitsizliğini çözünüz. $C : (3, \frac{7}{2})$

5. Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

- (a) $y = e^{5x}$ $C : 5e^{5x}$
(b) $y = \frac{x}{e^{2x}}$ $C : (1-2x)e^{-2x}$
(c) $y = \ln(3x-2)$ $C : \frac{3}{3x-2}$
(d) $y = \ln(1+e^x)$ $C : \frac{e^x}{1+e^x}$

(e) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$C : \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
(f) $y = e^{(e^x)}$	$C : e^{x+e^x}$
(g) $y = \frac{e^x}{1 + e^x}$	$C : \frac{e^x}{(1 + e^x)^2}$
(h) $y = e^x \sin x$	$C : e^x(\sin x + \cos x)$
(i) $y = \ln(\ln x)$	$C : \frac{1}{x \ln x}$
(j) $y = x^2 \ln x$	$C : 2x \ln x$
(k) $y = 5^{2x+1}$	$C : (2 \ln 5)5^{2x+1}$
(l) $g(x) = t^x x^t$	$C : t^x x^t \ln t + t^{1+x} x^{t-1}$
(m) $f(s) = \log_a(bs + c)$	$C : \frac{b}{(bs + c) \ln a}$
(n) $y = x^{\sqrt{x}}$	$C : x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right)$
(o) $y = \ln(\sqrt{x^2 + a^2} - x)$	$C : -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$
(p) $y = \ln(\sec x + \tan x)$	$C : \sec x$

6. $f(x) = xe^{ax}$ fonksiyonunun $n.nci$ türevini bulunuz.
 $C : f^{(n)}(x) = (na^{n-1} + a^n x)e^{ax}, n = 1, 2, 3, \dots$
7. $y = e^{x^2}$ fonksiyonunun ilk dört türevini bulunuz.
 $C : y^{(4)} = 4(3 + 12x^2 + 4x^4)e^{x^2}$
8. $g(x) = x^{x^x}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.
 $C : x^{x^2+1}(1 + 2 \ln x)$
9. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ fonksiyonunun türevinin $f(x) \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} \right)$ olduğunu gösteriniz.
10. $f(x) = xe^x$ olsun. $f(x)$ fonksiyonunun artan ya da azalan olduğu aralıkları bulunuz. $f(x)$ in grafiğini çiziniz.
11. $y = e^x$ eğrisine $x = 1$ noktasında çizilen teğetin denklemini bulunuz.
 $C : y = ex$
12. $y = 2^x$ eğrisine $x = 1$ noktasında teğet olan ve $(1, 2)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz. $C : y = \ln 4(x-1) + 2$
13. $e^{xy} \ln\left(\frac{x}{y}\right) = x + \frac{1}{y}$ eğrisinin $(e, \frac{1}{e})$ noktasındaki eğimini bulunuz. $C : -\frac{1}{e^2}$
14. $f(x) = Ax \cos(\ln x) + Bx \sin(\ln x)$ fonksiyonunun türevini bulunuz.
 $C : (A + B) \cos(\ln x) + (B - A) \sin(\ln x)$

15. Aşağıdakileri hesaplayınız.

- (a) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (b) $\arctan(-1)$
- (c) $\sin(\arcsin(0, 7))$
- (d) $\arctan(\tan \frac{2\pi}{3})$
- (e) $\arccos(\sin(0, 2))$
- (f) $\cos(\arctan(\frac{1}{2}))$
- (g) $\sin(\arccos x)$
- (h) $\cos(\arctan x)$
- (i) $\tan(\arccos x)$

16. Aşağıdaki türevleri alınız.

- (a) $y = \arcsin(\frac{2x-1}{3})$
- (b) $y = \arccos(\frac{x-b}{a})$
- (c) $f(t) = t \arctan t$
- (d) $F(x) = (1+x^2) \arctan x$
- (e) $G(x) = \frac{\arcsin x}{\arcsin 2x}$
- (f) $f(x) = (\arcsin x^2)^{\frac{1}{2}}$
- (g) $y = \sqrt{a^2 - x^2} + a \arcsin(\frac{x}{a})$

17. $\arctan(\frac{2x}{y}) = \frac{\pi x}{y^2}$ eğrisinin $(1, 2)$ noktasındaki eğimini bulunuz.

18. Aşağıdaki grafikleri çiziniz.

- (a) $y = (x^2 - 1)^3$
- (b) $y = x(x^2 - 1)^2$
- (c) $y = \frac{2-x}{x}$
- (d) $y = \frac{x-1}{x+1}$
- (e) $y = \frac{x^3}{1+x}$
- (f) $y = \frac{1}{4+x^2}$

- (g) $y = \frac{1}{2 - x^2}$
- (h) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$
- (i) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$
- (j) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$
- (k) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$
- (l) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$
- (m) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$
- (n) $y = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 1}$
- (o) $y = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$
- (p) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$
- (q) $y = \frac{x^5}{(x^2 - 1)^2}$
- (r) $y = \frac{(2 - x)^2}{x^3}$
- (s) $y = \frac{1}{x^3 - 4x}$
- (t) $y = \frac{x}{x^2 + x - 2}$
- (u) $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x^3}$