

**MAT 311 KÜME TEORİSİ**  
**ALİŞTIRMALAR III**

1. **a)**  $A = \{1, 2, 5, 8\}$  kümesi ile  $B = \{1, 2, a, b\}$  kümesi aynı kuvvette midir?  
**b)**  $M = \{1, 2, 3\}$  kümesi ile  $N = \{1, 2\}$  kümesi aynı kuvvette midir?
2. Aşağıdakilerin doğruluğunu gösteriniz.  
**a)**  $[0, 1] \sim [2, 5]$   
**b)**  $[0, 1] \sim [a, b]$
3.  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  ve  $E = \{2, 4, 6, \dots\}$  kümeleri aynı kuvvette midir?
4.  $A$  ve  $B$  herhangi iki ayrık küme olsun. Buna göre,  $(A \times \{1\}) \cap (B \times \{2\}) = \emptyset$  olduğunu gösteriniz.
5. Her  $a \in \mathbb{N}$  doğal sayısı  $a = 2^r(2s + 1)$  biçiminde tek türlü yazılabilir. Burada  $r, s = 0, 1, 2, \dots$  dir. Buna göre,  $M = \{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$  olmak üzere,  $(M \times M) \sim \mathbb{N}$  olduğunu gösteriniz.
6.  $\mathbb{Q}^+ \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  olduğunu gösteriniz.
7.  $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \tan x$  dönüşümünü kullanarak,  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \sim \mathbb{R}$  olduğunu gösteriniz.
8. Aşağıdakilerin doğruluğunu gösteriniz.  
**a)**  $(0, 1) \sim [0, 1]$  (Y.G:  $f(x) = 1 - x$ )  
**b)**  $(0, 1) \sim (0, 1]$   
**c)**  $(0, 1) \sim [0, 1]$   
**d)**  $(0, 1) \sim (0, \infty)$  (Y.G:  $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ )  
**e)**  $(0, 1) \sim \mathbb{R}$   
**f)**  $(0, 1) \cup (2, 3) \sim (0, 1)$
9. Herhangi  $A, B$  kümeleri için,  $(A \times B) \sim (B \times A)$  olduğunu gösteriniz.
10.  $A \times (\bigcap_{i \in I} B_i) = \bigcap_{i \in I} (A \times B_i)$  olduğunu gösteriniz.
11.  $G$  ve  $H$  sayılabilir sonsuz iki küme olsun. Buna göre,  $G \times \{1\}$  kümesi ile  $\{2\} \times H$  kümesinin aynı kuvvette olup olmadığını gösteriniz.
12.  $M_1, M_2$  ve  $M_3$  kuvvetleri sırasıyla  $m_1, m_2$  ve  $m_3$  olan ikişer ikişer ayrık kümeler olsun. Buna göre, aşağıdakileri ispatlayınız.  
**a)**  $m_1 + m_2 = m_2 + m_1$   
**b)**  $(m_1 + m_2) + m_3 = m_1 + (m_2 + m_3)$

c)  $m_1m_2 = m_2m_1$

d)  $m_1(m_2 + m_3) = m_1m_2 + m_1m_3$

13. Sonlu bir kümenin kardinali  $n$  ve doğal sayılar kümesinin kardinali  $\aleph_0$  olmak üzere, aşağıdakileri ispatlayınız.

a)  $\aleph_0 + n = \aleph_0$

b)  $\underbrace{\aleph_0 + \aleph_0 + \dots + \aleph_0}_{n \text{ tane}} = \aleph_0$

c)  $\underbrace{\aleph_0 \aleph_0 \dots \aleph_0}_{n \text{ tane}} = \aleph_0$