

ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki toplamaları açık olarak yazınız.

a) $\sum_{i=1}^4 i^3$ b) $\sum_{i=1}^n 3^i$ c) $\sum_{j=3}^n \frac{(-2)^j}{(j-2)^2}$

d) $\sum_{n=1}^k \sin\left(\frac{n\pi}{3k}\right)$

2. Aşağıdakileri toplam olarak yazınız.

a) $5 + 6 + 7 + 8 + 9$

b) $\overbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}^{200 \text{ tane}}$

c) $2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots - 99^2$

d) $1 + x + x^2 + \dots + x^n$

e) $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$

f) $\sum_{j=0}^{99} \sin j$ ifadesini $\sum_{i=1}^n f(i)$ biçiminde yazınız.

3. Aşağıdaki toplamaları hesaplayınız.

a) $\sum_{i=2}^6 (i-1)$ b) $\sum_{i=1}^n (i^2 + 2i)$

c) $\sum_{i=m}^n (2i-1)$ ($m < n$)

d) $\sum_{k=1}^n (\pi^k - 3)$ e) $\sum_{m=1}^n \ln m$ f) $\sum_{i=1}^{200} 2$

g) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots + x^{2n}$

h) $2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots - 99^2$

i) $\sum_{j=1}^m (2^j - 2^{j-1})$ j) $\sum_{j=1}^n \frac{1}{j(j+1)}$

4. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int e^{5-2x} dx$ b) $\int \cos(ax+b) dx$ c) $\int \sqrt{3x+4} dx$
d) $\int e^{2x} \sin(e^{2x}) dx$ e) $\int \frac{x^2}{(x^3-2)^{\frac{5}{2}}} dx$ f) $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$
g) $\int \frac{x}{(4x^2+1)^5} dx$ h) $\int x^2 2^{x^3-1} dx$ i) $\int x e^{x^2} dx$

$$\begin{array}{lll}
\text{j)} & \int \frac{x^2 dx}{2+x^6} & \text{k)} \int \frac{\cos x}{4+\sin^2 x} dx & \text{l)} \int \frac{ds}{\sqrt{4-5s}} \\
\text{m)} & \int \frac{t}{\sqrt{4-t^4}} dt & \text{n)} \int \frac{dx}{e^x+e^{-x}} & \text{o)} \int \frac{ax-b}{\sqrt{A^2-B^2x^2}} dx \\
\text{p)} & \int \frac{dx}{\sqrt{4-2x-x^2}} & \text{q)} \int \tan x \ln(\cos x) dx & \text{r)} \int \frac{2t+3}{t^2+9} dt \\
\text{s)} & \int \frac{dx}{x^2+6x+13} & &
\end{array}$$

5. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} & \int \sin^3 x \cos^5 x dx & \text{b)} \int \sin(ax) \cos^2(ax) dx & \text{c)} \int \sin^6 x dx \\
\text{d)} & \int \sec^5 x \tan x dx & \text{e)} \int \sqrt{\tan x} \sec^4 x dx & \text{f)} \int \cos x \sin^4(\sin x) dx \\
\text{g)} & \int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx & \text{h)} \int \frac{\cos^4 x}{\sin^8 x} dx & \text{i)} \int \csc^5 x \cot^5 x dx
\end{array}$$

6. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} & \int x \cos x dx & \text{b)} \int (x+3)e^{2x} dx & \text{c)} \int x^3 \ln x dx \\
\text{d)} & \int (x^2-2x)e^{kx} dx & \text{e)} \int x^2 \cos(\pi x) dx & \text{f)} \int x^5 e^{-x^2} dx \\
\text{g)} & \int x e^{\sqrt{x}} dx & \text{h)} \int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx & \text{i)} \int \arctan x dx \\
\text{j)} & \int x \sin^2 x dx & \text{k)} \int \arcsin x dx & \text{l)} \int x e^x \cos x dx
\end{array}$$

7. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{ll}
\text{a)} & \int e^{2x} \sin(3x) dx \\
\text{c)} & \int \cos(\ln x) dx \\
\text{b)} & \int x \sec^2 x dx \\
\text{d)} & \int \arccos x dx
\end{array}$$

8. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} & \int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} & \text{b)} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}} & \text{c)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9-x^2}} \\
\text{d)} & \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}} & \text{e)} \int \frac{x+1}{\sqrt{9-x^2}} dx & \text{f)} \int \frac{dx}{(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}} \\
\text{g)} & \int \frac{x^2 dx}{(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{h)} \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-a^2}} & \text{i)} \int \frac{dx}{x^2+2x+10} \\
\text{j)} & \int \frac{dx}{(4x^2+4x+5)^2} & \text{k)} \int \frac{xdx}{\sqrt{2ax-x^2}} & \text{l)} \int \frac{xdx}{(3-2x-x^2)^{\frac{3}{2}}} \\
\text{m)} & \int \frac{dx}{2+\sqrt{x}} & &
\end{array}$$

9. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} & \int \frac{2dx}{2x-3} & \text{b)} \int \frac{xdx}{\pi x+2} & \text{c)} \int \frac{dx}{a^2-x^2} \\
\text{d)} & \int \frac{dx}{x^2-9} & \text{e)} \int \frac{x^2 dx}{x^2+x-2} & \text{f)} \int \frac{x-2}{x^2+x} dx
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\text{g)} & \int \frac{dx}{1-6x+9x^2} & \text{h)} \quad \int \frac{x^2+1}{6x-9x^2} dx & \text{i)} \quad \int \frac{dx}{x(x^2-a^2)} \\
\text{j)} & \int \frac{dx}{x^3-4x^2+3x} & \text{k)} \quad \int \frac{dx}{(x^2-1)^2} & \text{l)} \quad \int \frac{dx}{x^4-3x^3} \\
\text{m)} & \int \frac{tdt}{(t+1)(t^2+1)^2} & \text{n)} \quad \int \frac{dt}{(t-1)(t^2-1)^2} & \text{o)} \quad \int \frac{dx}{e^{2x}-4e^x+4}
\end{array}$$

10. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{ll}
\text{a)} & \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-2}} dx & \text{b)} & \int \sqrt{(x^2+4)^3} dx \\
\text{c)} & \int \frac{dt}{t^2\sqrt{3t^2+5}} & \text{d)} & \int x\sqrt{2x-x^2} dx
\end{array}$$

11. Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.

- $y = 3x$, $y = 0$; $x = 0$, $x = 1$ ile sınırlanan bölge
- $y = 2x + 1$, $y = 0$; $x = 1$, $x = 3$ ile sınırlanan bölge
- $y = x^2$, $y = 0$; $x = 0$, $x = 1$ ile sınırlanan bölge
- $y = x^2 + 2x + 3$, $y = 0$; $x = -1$, $x = 2$ ile sınırlanan bölge
- $y = 1 - x$, $y = 0$; $x = 2$, $x = 4$ ile sınırlanan bölge
- $y = 4x - x^2 + 1$, $y = 1$ ile sınırlanan bölge

12. Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

$$\begin{array}{lll}
\text{a)} & \int_0^2 x^3 dx & \text{b)} \quad \int_0^4 \sqrt{x} dx & \text{c)} \quad \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x^2} dx \\
\text{d)} & \int_0^1 (x^5 + x^3) dx & \text{e)} \quad \int_{-1}^2 (3x^2 - 4x + 2) dx & \\
\text{f)} & \int_{-2}^2 (x^2 + 3)^2 dx & \text{g)} \quad \int_{-\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{6}} \cos x dx & \text{h)} \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin \theta d\theta \\
\text{i)} & \int_{-\pi}^{\pi} e^x dx & \text{j)} \quad \int_0^e a^x dx & \text{k)} \quad \int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2} \\
\text{l)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} & &
\end{array}$$

13. $\int_{-1}^2 \text{sgn} x dx$ integralini hesaplayınız.

14. $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$ olmak üzere, $\int_{-3}^2 f(x) dx$ belirli integralini hesaplayınız.

15. $g(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ olmak üzere, $\int_0^2 g(x)dx$ belirli integralini hesaplayınız.

16. $\int_0^3 (2 - |x|)dx$ integralini hesaplayınız.

17. $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} \operatorname{sgn}(x - 1)dx$ integralini hesaplayınız.

18. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int_{-3}^4 (|x + 1| - |x - 1| + |x + 2|)dx$ b) $\int_0^3 \frac{x^2 - x}{|x - 1|} dx$

19. $f(x) = |x + 1| \operatorname{sgn} x$ fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığındaki ortalama değerini bulunuz.

20. Aşağıdaki bölgelerin alanlarını bulunuz.

- a) $y = x^4, y = 0; x = 0, x = 1$
- b) $y = \frac{1}{x}, y = 0; x = e, x = e^2$
- c) $y = x^2 - 4x, x - \text{ekseni}$
- d) $y = 5 - 2x - 3x^2, y = 0; x = -1, x = 1$
- e) $y = x^2 - 3x + 3, y = 1$
- f) $y = x^2$ ve $x = y^2$
- g) $y = x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}}, y = 0; x = 0, x = 1$

21. Aşağıdaki fonksiyonların yanlarında verilen aralıklardaki ortalama değerlerini bulunuz.

- a) $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3, [0, 2]$
- b) $f(x) = e^{3x}, [-2, 2]$
- c) $f(x) = 2^x, [0, \frac{1}{\ln 2}]$
- d) $g(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1 \\ 1, & 1 < t \leq 3 \end{cases}, [0, 3]$

22. Aşağıdaki türevleri alınız.

a) $\frac{d}{dx} \int_2^x \frac{\sin t}{t} dt$ b) $\frac{d}{dt} \int_t^3 \frac{\sin x}{x} dx$ c) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^0 \frac{\sin t}{t} dt$

d) $\frac{d}{dx} x^2 \int_0^{x^2} \frac{\sin u}{u} du$ e) $\frac{d}{dt} \int_{-\pi}^t \frac{\cos y}{1 + y^2} dy$

$$\text{f) } \frac{d}{d\theta} \int_{\sin \theta}^{\cos \theta} \frac{1}{1-x^2} dx$$

$$\text{g) } F(t) = \int_0^t \cos(x^2) dx \quad \text{olmak üzere, } \frac{d}{dx} F(\sqrt{x}) = ?$$

23. $f(x) = \pi(1 + \int_1^x f(t) dt)$ integral denklemini çöztünüz.

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} (\sin(\frac{\pi}{n}) + \sin(\frac{2\pi}{n}) + \sin(\frac{3\pi}{n}) + \dots + \sin(\frac{n\pi}{n}))$ limitini hesaplayınız.

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} ((1 + \frac{1}{n})^5 + (1 + \frac{2}{n})^5 + \dots + (1 + \frac{n}{n})^5)$ limitini hesaplayınız.

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \dots + \frac{n}{2n^2})$ limitini hesaplayınız.

27. Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

$$\text{a) } \int_0^4 x^3(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} dx \quad \text{b) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$$

$$\text{c) } \int_e^{e^2} \frac{dt}{t \ln t} \quad \text{d) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin^5 x dx$$

28. $y = \frac{x}{x^2+16}$, $y = 0$ ve $x = 2$ ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

29. Aşağıda verilen eğrilerle sınırlı düzlemsel bölgelerin alanlarını bulunuz.

- a) $y = x, \quad y = x^2$
- b) $y = x^2 - 5, \quad y = 3 - x^2$
- c) $2y = 4x - x^2, \quad 2y + 3x = 6$
- d) $y = x^3, \quad y = x$
- e) $y = x^3, \quad x = y^2$
- f) $x = y^2, \quad x = 2y^2 - y - 2$
- g) $y = \frac{1}{x}, \quad 2x + 2y = 5$
- h) $y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = \frac{1}{x^2+1}$
- i) $y = \frac{4}{x^2}, \quad y = 5 - x^2$

30. Aşağıda verilen bölgelerin alanlarını bulunuz.

- a) $y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad x = \frac{5\pi}{4}$
- b) $y = \sin x, \quad y = \sin^2 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$
- c) $y = \frac{4x}{\pi}, \quad y = \tan x, \quad x = 0$
- d) $y = \sin(\frac{\pi x}{2}), \quad y = x$

31. $y = e^x$ eğrisi, $x = 0$ doğrusu ve $x = 1$ noktasında $y = e^x$ eğrisine teğet olan teğet doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanını bulunuz.
32. $y^2 = x^2 - x^4$ eğrisinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.
33. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^5 x dx$ belirli integralini hesaplayınız.
34. f ve g , $[a, b]$ aralığı üzerinde türevlenebilir ve $f(a) = g(a) = f(b) = g(b) = 0$ olmak üzere

$$\int_a^b f(x)g''(x)dx = \int_a^b f''(x)g(x)dx$$

olduğunu gösteriniz.

35. Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

a) $\int_{-\ln 2}^0 e^x \sqrt{1 - e^{2x}} dx$

b) $\int_{-1}^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

36. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a) $\int \frac{d\theta}{2 + \sin \theta}$

b) $\int \frac{d\theta}{3 + 2 \cos \theta}$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{1 + \cos \theta + \sin \theta}$

37. $y = \frac{9}{x^4 + 4x^2 + 4}$ eğrisi ile $y = 1$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

38. $x^2 + y^2 = a^2$ çemberi ile $y = b$ ($-a \leq b \leq a$) doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

39. $x^2 + y^2 = 25$ ve $xy = 12$ eğrileri arasında kalan bölgenin I . bölgede kalan kısmının alanını bulunuz.

40. Aşağıdaki integrallerin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını gösteriniz.

a) $\int_2^{\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx$

b) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$

c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+1)^{\frac{2}{3}}}$

d) $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{\frac{1}{3}}}$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1 - \sin x)^{\frac{2}{3}}}$

f) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

$$\begin{array}{lll} \text{g)} & \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{h)} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx & \text{i)} & \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \\ \text{j)} & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx & \text{k)} & \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx & & \end{array}$$

41. $y = 0$ doğrusu altında, $y = \ln x$ eğrisinin üstünde ve $x = 0$ doğrusunun sağında kalan bölgenin alanını bulunuz.
42. $y = e^{-x}$ altında, $y = e^{-2x}$ üstünde ve $x = 0$ doğrusunun sağında kalan bölgenin alanını bulunuz.
43. $y = 0$ doğrusunun üstünde, $x = 1$ doğrusunun sağında ve $y = \frac{4}{2x+1} - \frac{2}{x+2}$ eğrisinin altında kalan bölgenin alanını bulunuz.
44. Aşağıdaki integrallerin yakınsaklık durumunu karşılaştırma testinde yararlanarak inceleyiniz.

$$\text{a)} \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+\sqrt{x}} \qquad \text{b)} \quad \int_2^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2-1} dx$$

45. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ olmak üzere aşağıdakileri hesaplayınız.

$$\text{a)} \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx \qquad \text{b)} \quad \int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$$

46. Disk ve Kabuk yöntemlerini kullanarak aşağıdaki bölgelerin $x - \text{ekseni}$ etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y = x^2, y = 0, x = 1 \\ \text{b)} & y = x^2, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 1 \end{array}$$

47. $y = x(2-x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ ile sınırlanan bölgenin $x - \text{ekseni}$ ve $y - \text{ekseni}$ etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
48. $y = x$ ve $x = 4y - y^2$ ile sınırlanan bölgenin $x - \text{ekseni}$ ve $y - \text{ekseni}$ etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
49. $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$ ile sınırlanan bölgenin $x - \text{ekseni}$ ve $y - \text{ekseni}$ etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.
50. $y = e^{-x}$, $y = 0$, $x = 0$ ile sınırlanan bölgenin $x - \text{ekseni}$ ve $y - \text{ekseni}$ etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisimlerin hacimlerini bulunuz.

51. Aşağıdaki eğrilerin belirtilen aralıktaki yay uzunluğunu bulunuz.

a) $y = 2x - 1$, $x = 1$, $x = 3$

b) $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, $x = 0$, $x = 8$

c) $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 4$

d) $4y = 2 \ln x - x^3$, $x = 1$, $x = e$