

### 3.1 ALIŖTIRMALAR

1)  $u = (-3, 2, 1, 0)$ ,  $v = (4, 7, -3, 2)$  ve  $w = (5, -2, 8, 1)$  olsun. AŖağıdakileri bulunuz.

- a)  $v - w$       c)  $-u + (v - 4w)$       e)  $-v - w$   
b)  $2u - 7v$       d)  $6(u - 3v)$       f)  $(6v - w) - (4u + v)$

2)  $u, v$  ve  $w$  alıŖtırma 1 deki vektörler olsun.

$$5x - 2v = 2(w - 5x)$$

sağlayan  $x$  vektörünü bulunuz.

3)  $u_1 = (-1, 3, 2, 0)$ ,  $u_2 = (2, 0, 4, -1)$ ,  $u_3 = (7, 1, 1, 4)$  ve  $u_4 = (6, 3, 1, 2)$  olsun.

$$c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3 + c_4 u_4 = (0, 5, 6, -3)$$

koşulunu sağlayan  $c_1, c_2, c_3$  ve  $c_4$  skalerlerini bulunuz.

4)  $R^3$  uzayında

$$c_1(1, 0, 1, 0) + c_2(1, 0, -2, 1) + c_3(2, 0, 1, 2) = (1, -2, 2, 3)$$

koşulunu sağlayan  $c_1, c_2, c_3$  skalerlerinin bulunmadığını gösteriniz.

5) AŖağıda her vektörün normunu hesaplayınız.

- a)  $(-2, 5)$       b)  $(1, 2, -2)$       c)  $(3, 4, 0, -12)$       d)  $(-2, 1, 1, -3, 4)$

6)  $u = (4, 1, 2, 3)$ ,  $v = (0, 3, 8, -2)$  ve  $w = (3, 1, 2, 2)$  olsun.

AŖağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- a)  $\|u + v\|$       b)  $\|u\| + \|v\|$       c)  $\|-2u\| + 2\|u\|$   
d)  $\|3u - 5v + w\|$       e)  $\frac{1}{\|w\|}w$       f)  $\left\|\frac{1}{\|w\|}w\right\|$

7)  $v, R^n$  de sıfırdan farklı bir vektör olsun.  $\frac{1}{\|v\|}v$  vektörünün normunun 1 olduğunu gösteriniz.

8)  $v = (-2, 3, 0, 6)$  olsun.  $\|kv\| = 5$  olan  $k$  sayısını bulunuz.

9) AŖağıda verilen vektörler için  $u \cdot v$  Euclidean iç çarpımını bulunuz.

- a)  $u = (2, 5)$ ,  $v = (-4, 3)$       c)  $u = (3, 1, 4, -5)$ ,  $v = (2, 2, -4, -3)$   
b)  $u = (4, 8, 2)$ ,  $v = (0, 1, 3)$       d)  $u = (-1, 1, 0, 4, -3)$ ,  $v = (-2, -2, 0, 2, -1)$

10) (a)  $R^2$  de normu 1 olan ve  $(3, -1)$  ile iç çarpımı sıfır olan iki vektör bulunuz.

(b)  $R^3$  de normu 1 olan ve  $(1, -3, 5)$  ile iç çarpımı sıfır olan sonsuz çoklukta vektör bulunduğunu gösteriniz.

11) AŖağıda  $u$  ve  $v$  arasındaki uzaklığı bulunuz.

- a)  $u = (1, -2)$ ,  $v = (2, 1)$   
b)  $u = (2, -2, 2)$ ,  $v = (0, 4, -2)$   
c)  $u = (0, 2, -1, 1)$ ,  $v = (-3, 2, 4, 4)$   
d)  $u = (3, -3, -2, 0, -3)$ ,  $v = (-4, 1, -1, 5, 0)$

12)  $R^n$  de

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$$

özdeşliğini gösteriniz.

13)  $R^n$  de

$$u \cdot v = \frac{1}{4}\|u + v\|^2 - \frac{1}{4}\|u - v\|^2$$

özdeşliğini gösteriniz.

- 14)  $u, v, w \in R^n$  ve  $k$  herhangi bir skaler olmak üzere aşağıdakileri gösteriniz.  
 a)  $u.(kv) = k.(uv)$       b)  $u.(v + w) = u.v + u.w$

### 3.2 ALIŞTIRMALAR

- 1) Reel sayıların bütün  $(x, y, z)$  vektörlerinin kümesi

$$(x, y, z) + (x^2, y^2, z^2) = (x + x^2, y + y^2, z + z^2)$$

$$k.(x, y, z) = (kx, y, z)$$

ile verilen işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 2) Reel sayıların bütün  $(x, y, z)$  üçlülerinin kümesi

$$(x, y, z) + (x^2, y^2, z^2) = (x + x^2, y + y^2, z + z^2)$$

$$k.(x, y, z) = (0, 0, 0)$$

ile verilen işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 3) Reel sayıların bütün  $(x, y)$  ikililerinin kümesi

$$(x, y) + (x^2, y^2) = (x + x^2, y + y^2)$$

$$k.(x, y) = (2kx, 2ky)$$

ile verilen işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 4) Reel sayıların bütün  $x$  lerinin kümesi, üzerindeki standart toplama ve çarpma işlemi ile bir vektör uzayı mıdır?

- 5) Reel sayıların bütün  $(x, 0)$  biçimindeki ikililerinin kümesi  $R^2$  üzerindeki standart işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 6)  $x \geq 0$  olmak üzere reel sayıların bütün  $(x, y)$  biçimindeki ikililerinin kümesi,  $R^2$  deki standart işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 7) Reel sayıların  $(x, x, \dots, x)$  biçimindeki  $n$ -lilerinin kümesi  $R^n$  deki standart işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 8) Reel sayıların  $(x, y)$  ikililerinin kümesi

$$(x, y) + (x', y') = (x + x' + 1, y + y' + 1)$$

$$k.(x, y) = (kx, ky)$$

ile verilen işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

- 9) Pozitif reel sayıların kümesi

$$x + x' = x.x'$$

$$k.x = x^k$$

işlemleri ile bir vektör uzayı mıdır?

- 10)  $2 \times 2$  lik

$$\begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$$

biçimindeki matrislerin kümesi matrisler üzerindeki matris çarpımı ve skaler ile çarpma işlemleri ile bir vektör uzayı mıdır?

- 11)  $2 \times 2$  lik

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

biçimindeki matrislerin kümesi matrisler üzerindeki standart toplama ve skaler ile çarpma işlemleri ile bir vektör uzayı mıdır?

**12)** Reel sayılar üzerinde tanımlı reel değerli ve  $f(1) = 0$  değerini alan  $f$  fonksiyonlarının kümesi standart işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

**13)**  $2 \times 2$  lik

$$\begin{bmatrix} a & a+b \\ a+b & b \end{bmatrix}$$

biçimindeki matrislerin kümesi matrisler üzerindeki standart toplama ve skalar ile çarpma işlemleri ile bir vektör uzayı mıdır?

**14)** Bir tek  $a$  elemanından oluşan bir küme,  $k \in R$  için,  $a + a = a$  ve  $k.a = a$  olarak tanımlanan işlemler ile bir vektör uzayı mıdır?

**15)**  $R^3$  de orjinden geçen doğruların kümesinin,  $R^3$  deki standart işlemler altında bir vektör uzayı olduğunu gösteriniz.