DİFERENSİYEL GEOMETRİ SORULAR

Adı Soyadı:
No:

Soru 1: $\alpha(t) = (6t, t^3, 3t^2)$ eğrisinin

a) T,N,B Frenet vektörlerini bulunuz.

b) $\alpha(0)$ noktasındaki oskilatör düzlem denklemini bulunuz.

Soru 2: : $\alpha(t) = (a\cos t, bt, a\sin t)$ eğrisi veriliyor.

a) Bu eğri birim hızlımıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz.

b) Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

Soru 3 a) $\alpha(t) = (2t, t^2 + 1, t - 1)$ eğrisinin düzlemsel eğri olduğunu gösteriniz.

b) Bu eğrinin üzerinde yattığı düzlemin denklemini bulunuz.

Soru 4. $\begin{array}{l} \alpha : I \subset R \to R^3 \\ s \to \alpha(s) \end{array}$ eğri ve $\begin{array}{l} F : R^3 \to R^3 \\ (x, y, z) \to F(x, y, z) = (\lambda x, \lambda y, \lambda z) \end{array}$ dönüşümü veriliyor.

$\beta(s) = F(\alpha(s))$ olmak üzere " α eğrisi helis eğrisidir ancak ve ancak β eğrisi helis eğrisidir" Önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 5:a) $\alpha(s) = (a\cos(\frac{s}{\sqrt{2}\,a}), a\sin(\frac{s}{\sqrt{2}\,a}), \frac{s}{\sqrt{2}})$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yeri olan $\beta(s)$ eğrisini bulunuz.

b) $\beta(s)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerinin de $\alpha(s)$ olduğunu gösteriniz.

Soru 6: a) Eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yeri($M(s) = \alpha(s) + \frac{1}{\kappa} N$ **)** sabit bir nokta olan eğriler sadece çemberlerdir ispatlayınız.

b) $\alpha(s) = (2\cos(\frac{s}{2}), 2\sin(\frac{s}{2}), 1)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerini bulunuz.

Soru 7. $\alpha(t) = (t^3, 6t, 3t^2)$ eğrisi veriliyor.

c) Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

d) Bu helis eğrisinin doğrultmanını (eğrinin teğeti ile sabit açı yapan sabit doğrultu) bulunuz.

Soru 8: $\alpha(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ eğrisinin

a) T,N,B Frenet vektörlerini bulunuz.

b) $\alpha(0)$ noktasındaki oskilatör düzlem denklemini bulunuz

Soru 9: Düzlemde eğriliği sabit olan eğrilerin sadece doğrular ve çemberler olduğunu ispatlayınız.

Soru 10: : $\alpha(t) = (2t + 1, 3\cos t, 3\sin t)$ eğrisi veriliyor.

a) Bu eğri birim hızlımıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz.

b) Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

Soru 11. a) $\alpha(t)=(\cos t,\sin t,\cos t)$ eğrisinin düzlemsel eğri olduğunu gösteriniz.
b)Bu eğrinin üzerinde yattığı düzlemin denklemini bulunuz.

Soru 12. a) Eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yeri sabit bir nokta olan eğriler sadece çemberlerdir ispatlayınız.
b) $\alpha(s)=(2\cos(\frac{s}{2}),2\sin(\frac{s}{2}),1)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerini bulunuz.

Soru 13: a)Bir $\alpha(s)$ eğrisinin eğrilik çemberlerinin merkezlerinin geometrik yerinin yer vektörü

$$M(s)=\alpha(s)+\frac{1}{\kappa}N$$

dir. Buna göre "$M(s)$ yer vektörü eğrisinin teğeti, $\alpha(s)$ eğrisinin binormalidir ancak ve ancak $\alpha(s)$ eğrisinin eğriliği (κ) sabittir" önermesini ispatlayınız.

b) $\alpha(s)=(a\cos(\frac{s}{\sqrt{2}\,a}),a\sin(\frac{s}{\sqrt{2}\,a}),\frac{s}{\sqrt{2}})$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yeri olan $\beta(s)$ eğrisini bulunuz. $\beta(s)$ eğrisinin eğrilik çemberinin merkezinin geometrik yerinin de $\alpha(s)$ olduğunu gösteriniz.

Soru 14 : $\alpha(t)=(a\cos t-b\sin t,a\sin t+b\cos t,\ ct\ )$ eğrisi veriliyor**.**
Bu eğri birim hızlımıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz.

Soru 15 : $\alpha\ (t)=(ae^{t}\cos t,ae^{t}\sin t,\ be^{t})$ eğrisi veriliyor**.**
Bu eğri birim hızlımıdır? neden? Birim hızlı değilse birim hızlı olacak şekilde eğriyi yeniden parametreleyiniz

Soru 16 $\alpha\ (t)=(ae^{t}\cos t,ae^{t}\sin t,\ be^{t})$ eğrisi veriliyor. Bu eğrinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz. Bu helis eğrisinin doğrultmanını (eğrinin teğeti ile sabit açı yapan sabit doğrultu) bulunuz
Soru 17 : $\alpha\ (t)=(ae^{t}\cos t,ae^{t}\sin t,\ be^{t})$ eğrisine eliptik helis denir. Eliptik helisin sabit eğriliğe sahip olması için gerek ve yeter koşulun $a^2=b^2$ olmasıdır**.**
Soru 18. $\alpha(t)=(t,t^2,\ t^3\ )$ eğrisinin $\alpha(0)=(0,0,0\ )$ noktasındaki osklatör, rektifyan ve normal düzlemlerinindenklemini bulunuz.
Soru19 $\alpha:I\subset R\to R^3,\ s\to\alpha(s)$ birim hızlı eğrinin Serret-Frenet vektörleri T,N,B ve eğrilikleri κ,τ olmak üzere $\beta:I\subset R\to R^3,\ s\to\beta(s)=\int_0^s B(u)du$ eğrisi tanımlanıyor**.** (β) eğrisinin Serret-Frenet vektörleri T_β,N_β,B_β ve eğrilikleri κ_β,τ_β olsun. "(α) **eğrisi helis eğrisidir ancak ve ancak** (β) **eğrisi helis eğrisidir**" Önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru20: $\alpha:I\subset R\to R^3,\ s\to\alpha(s)$ birim hızlı eğrinin Serret-Frenet vektörleri T,N,B ve eğrilikleri κ,τ olmak üzere $\beta:I\subset R\to R^3,\ s\to\beta(s)=\int_0^s B(u)du$ eğrisi tanımlanıyor**.** (β) eğrisinin Serret-Frenet vektörleri T_β,N_β,B_β ve eğrilikleri κ_β,τ_β olsun. "(α) **eğrisi slant**

eğrisidir ancak ve ancak (β) **eğrisi slant helis eğrisidir**" Önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 21 a) $\begin{aligned} \alpha : I \subset R &\to R^3 \\ s &\to \alpha(s) \end{aligned}$ eğri ve $\begin{aligned} F : R^3 &\to R^3 \\ (x,y,z) &\to F(x,y,z) = (kx,ky,kz) \end{aligned}$ dönüşümü veriliyor.

$\beta(s) = F(\alpha(s))$ olmak üzere " α **eğrisi helis eğrisidir ancak ve ancak** β **eğrisi helis eğrisidir**" önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

b) (α) **ve** (β) helis eğrilerinin eksenleri aynımıdır. Cevabınızı izah ediniz.

Soru 22 a) $\begin{aligned} \alpha : I \subset R &\to R^3 \\ s &\to \alpha(s) \end{aligned}$ eğri ve $\begin{aligned} F : R^3 &\to R^3 \\ (x,y,z) &\to F(x,y,z) = (kx,ky,kz) \end{aligned}$ dönüşümü veriliyor.

$\beta(s) = F(\alpha(s))$ olmak üzere " α **eğrisi Slant helis eğrisidir ancak ve ancak** β **eğrisi Slant helis eğrisidir**" önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 23:a) $\alpha(s) = (\cos\frac{s}{\sqrt{2}}, \sin\frac{s}{\sqrt{2}}, \frac{s}{\sqrt{2}})$ dairesel helislerin en az üç tane Bertrant çiftini bulunuz.

Soru 24 $\alpha(s) = (\cos\frac{s}{\sqrt{2}}, \sin\frac{s}{\sqrt{2}}, \frac{s}{\sqrt{2}})$ eğrisinin involute eğrisilerini bulunuz. (β) eğrisi düzlemsel eğrimidir? Neden?

Soru 25 a) (M,N) bir Bertrant eğri çifti olsun. Bu Bertrant eğri çiftlerinin teğetleri arasındaki açı her zaman sabittir. ispatlayınız.

b) $\alpha(s) = (\cos\frac{s}{\sqrt{2}}, \sin\frac{s}{\sqrt{2}}, s)$ eğrisinin Bertrant çifti olan en az üç eğri bulunuz.

Soru26:a) $\alpha : I \subset R \to R^3,\ s \to \alpha(s)$ birim hızlı eğrinin Serret-Frenet vektörleri T,N,B ve eğrilikleri κ, τ olmak üzere $\beta : I \subset R \to R^3,\ s \to \beta(s) = \int_0^s B(u)du$ eğrisi tanımlanıyor. (β) eğrisinin Serret-Frenet vektörleri $T_\beta, N_\beta, B_\beta$ ve eğrilikleri κ_β, τ_β olsun. "(α) **eğrisinin Bertrant çifti var ancak ve ancak** (β) **eğrisinin Bertrant çifti var** " Önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 27 a) $\begin{aligned} \alpha : I \subset R &\to R^3 \\ s &\to \alpha(s) \end{aligned}$ eğri ve $\begin{aligned} F : R^3 &\to R^3 \\ (x,y,z) &\to F(x,y,z) = (kx,ky,kz) \end{aligned}$ dönüşümü veriliyor.

$\beta(s) = F(\alpha(s))$ olmak üzere "(α) **eğrisinin Bertrant çifti var ancak ve ancak** (β) **eğrisinin Bertrant çifti var**" önermesinin doğruluğunu ispatlayınız.

Soru 28 Düzlemde bir çemberin herhangi bir noktasındaki teğet vektör alanının, bu nokta ile çemberin merkezini bileştiren doğruya dik olduğunu ispatlayınız.

Soru 29 Düzlemse eğrilerin evolütelerinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.

Soru 30 Düzlemsel bir eğrinin evolütelerinin helis eğrisi olduğunu biliyoruz. Buna göre $\alpha(s) = (\frac{4}{5}\cos s, 1-\sin s, -\frac{3}{5}\cos s)$ eğrisinin evolütelerinin helis eğrisi olduğunu gösteriniz.