

MAT 103 ANALİTİK GEOMETRİ I ÇALIŞMA SORULARI

SORU 1. Köşeleri $A(1,4)$ $B(3,0)$ $C(7,2)$ noktaları olan ABC üçgeninin bir ikizkenar dik üçgen olduğunu gösteriniz. (İpucu: \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} ve \overrightarrow{AC} vektörlerinden yararlanın)

SORU 2. Bir ABC üçgeninin ağırlık merkezi G olmak üzere $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$ olduğunu gösteriniz.

SORU 3. Herhangi P_i , $1 \leq i \leq n$ noktaları için

$$\overrightarrow{P_1P_2} + \overrightarrow{P_2P_3} + \dots + \overrightarrow{P_{n-1}P_n} + \overrightarrow{P_nP_1} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 4. $\vec{u} = (2,3)$ vektörünü temsil eden ve başlangıç noktası $(-3, -1)$ olan vektörü çiziniz

SORU 5. Uzunluğu $(16, -12)$ vektörünün uzunluğunun yarısı, yönü bu vektörün tersi olan vektörü bulunuz

SORU 6. Bitim noktası $(3, -11)$ olan $\overrightarrow{AB} = (2,5)$ vektörünün A başlangıç noktasını bulunuz

SORU 7. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ olsun. $\vec{u} \neq 0$, $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times \vec{w}$ ve $\langle u, v \rangle = \langle u, w \rangle$ ise $v = w$ olduğunu gösteriniz.

SORU 8. $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ olmak üzere “ $u + v + w = 0 \Rightarrow u \times v = v \times w = w \times u$ ” önermesinin doğru olduğunu gösteriniz.

SORU 9. $\vec{u} = (-2, k, 3)$ ve $\vec{v} = (4, -6, m)$ vektörleri paralel ise k ve m=?

SORU 10. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ olsun.

$$\vec{w} = \frac{\|v\|u + \|u\|v}{\|u\| + \|v\|}$$

ile veriliyor. Buna göre u ile v vektörleri arasındaki açının ölçüsünün v ile w vektörleri arasındaki açıya eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 11. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$ vektörleri birbirine dik ve birim vektör olduklarına göre

a) $\|u - v\|^2 = \|u + v\|^2 = 2$

b) $\langle u - v, u + v \rangle = ?$

SORU 12. $\forall \vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ için;

$|\|u\| - \|v\|| \leq \|u - v\|$ olduğunu gösteriniz.

SORU 13. $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^2$ olsun. $u = (8,0)$ olarak veriliyor. u vektörünün v vektörü yönündeki dik bileşeni $(4,4)$ olduğu biliniyor. Ayrıca v vektörünün birim vektör yönündeki dik bileşeni $(2,0)$ olduğuna göre v vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

SORU 14. $A(4,-2,1)$ ve $B(1-1,1)$ noktalarından geçen doğrunun parametrik ve standart denklemini yazınız.

SORU 15. $2x_1 + 3x_2 = 4$ doğrusunun doğrultmanı olan 2 vektör bulunuz.

SORU 16. $A(2,5)$ ve $B(-3,4)$ noktaları veriliyor. x in hangi değeri için $C(x, 3)$ noktası A ve B den geçen doğru üzerindedir?

SORU 17. $A(-1,2)$ ve $A(1, a)$ noktalarından geçen doğru $-3x_1 + 2x_2 + 6 = 0$ denklemlili doğruya dik olması için a ne olmalıdır?

SORU 18. c nin hangi değeri için

$$d_1: \frac{x_1}{c} - \frac{x_2}{1} = 1 \quad \text{ve} \quad d_2: \frac{x_1}{-4} - \frac{x_2}{2} = 1$$

doğruları birbirine diktir?

SORU 19. Düzlemde $P=(1,2)$ noktası veriliyor. Düzle O (orijin) etrafında $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ rad. döndürüldüğünde P noktasının yeni koordinatları ne olur?

SORU 20. $A(-1,2)$ ve $B(1,0)$ noktalarından geçen doğru $-3x_1 + 2x_2 + 6 = 0$ denklemlili doğruya paralel olduğuna göre a nedir?

SORU 21. $2x_1 - ax_2 - 2 = 0$ doğrusunun $(1 - a)x_1 + 3x_2 - 6 = 0$ doğrusuna dik olması için a ne olmalıdır?

SORU 22. Uzayda $A = (3,-2,1)$ ve $u = (3,1,-1)$ olsun. " A " noktasından geçen ve " u " vektörüne paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.

SORU 23. d_1 doğrusu eksenleri $(-1,0)$ ve $(0,1)$ noktalarında kesmektedir. d_2 doğrusu ise eksenleri $(3,0)$ ve $(0,5)$ noktalarında kesmektedir. Buna göre bu doğruların arakesit kümesini bulunuz?

SORU 24. $Y = (1,2,-2) + t(0,-2,1)$ doğrusu ile $Y = (2,0,1) + t(1,3,-1)$ doğruları kesişir mi? (Neden?) Bu iki doğrunun arakesit kümesini bulunuz?

SORU 25. Düzlemde $n_1x_1 + n_2x_2 + c = 0$ ve $n_1'x_1 + n_2'x_2 + c' = 0$ doğruları arasındaki açı θ ise

$$\tan(\theta) = \frac{n_1'n_2 - n_1n_2'}{n_1n_1' + n_2n_2'}$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 26. $x_1 - 4x_2 + 3 = 0$ ve $3x_1 + 5x_2 - 4 = 0$ denklemlerle doğruların oluşturduğu açının ölçüsünü bulunuz?

SORU 27. Düzlemde $\vec{u} = (3,5)$ vektörünün $3x_1 + 5x_2 + c = 0$ şeklindeki tüm doğrulara dik bir vektör olduğunu gösteriniz.

SORU 28. $A(-2,1)$, $B(1,7)$ ve $C(-4,-3)$ noktalarının üçünü de içeren bir doğru var mıdır?

SORU 29. $3x_1 + 4x_2 - 1 = 0$ ve $12x_1 - 5x_2 + 6 = 0$ doğrularının açıortay doğrularının $21x_1 - 77x_2 + 43 = 0$ ve $99x_1 + 27x_2 + 17 = 0$ denklemleriyle belirtilen doğrular olduklarını gösteriniz.

SORU 30. $A(3,4)$ noktasından 2 birim uzakta bulunan bütün noktaların oluşturduğu kümeyi bulunuz. Bu küme geometrik olarak ne belirtir?

SORU 31. $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $(-c,0)$ ve $(0,c)$ noktalarına uzaklıklarının kareleri toplamı 4 olan noktaların kümesini bulunuz. Bu küme hangi şart altında geometrik olarak çember belirtir?

SORU 32. $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 10x_2 + 13 = 0$ çemberinin merkezini ve yarıçapını bulun. Bu çember eksenleri keser mi?

SORU 33. Düzlemde $A(-a,0)$ ve $B(0,0)$ noktaları veriliyor. $[AP]$ ve $[BP]$ doğru parçaları dik olacak şekilde seçilen P noktalarının geometrik yerini bulunuz.

SORU 34. $(x_1 + 3)^2 + x_2^2 = 9$ çemberi ile $x_1 - 1 = 0$ doğrusunun ortak noktaları varsa bulunuz.

SORU 35. $43x_1 + 4x_2 - 12 = 0$ doğrusu ile $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 3x_2 = 0$ çemberinin arakesit kümesini bulunuz.

SORU 36. Merkezi $A(-2,3)$ noktasında bulunan ve $4x_1 + 3x_2 - 11 = 0$ denklemlerle doğruya teğet olan çemberin denklemini bulunuz?

SORU 37. $4x_1 + 3x_2 + c = 0$ denklemlerle doğrunun $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 6x_2 + 9 = 0$ çemberine teğet olması için c ne olmalıdır?

SORU 38. $d: x_2 = mx_1 + 3$ doğrusunun $(x_1 - 1)^2 + x_2^2 = 8$ çemberine teğet olduğuna göre d doğrusunun eğimi nedir?

SORU 39. Ox_2 eksenine teğet olan, merkezi $2x_1 + x_2 + 4 = 0$ doğrusu üzerinde bulunan ve $(-1,1)$ noktasından geçen çemberin denklemini bulunuz.

SORU 40. Birbirine bir P noktasında teğet olan iki çemberin teğet olduğu P noktasından bu iki çembere teğet doğru çiziliyor. Bu teğet doğru üzerindeki herhangi bir Q noktasından bu çemberlere teğetler çiziliyor. Q noktasının P noktasına uzaklığı ile çemberlere çizilen teğetlerin uzunluklarının eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 41. Düzlemde $(2,-1)$ noktasının $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 - 5x_2 + 1 = 0$ çemberine göre kuvvetini bulunuz.

SORU 42. İki çemberin kuvvet ekseninde bulunan bir noktadan, çemberlere çizilen teğet parçalarının uzunluklarının eşit olduğunu gösteriniz.

SORU 43. $4x_1 - 3x_2 + 10 = 0$ ve $4x_1 - 3x_2 - 30 = 0$ doğrularına teğet olan ve merkezi $x_2 = -2x_1$ doğrusu üzerinde bulunan çemberin denklemini bulunuz?

SORU 44. Bir P noktasının $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 - 5x_2 + 1 = 0$ çemberine göre kuvveti 17 ise P noktasının çemberin merkezine olan uzaklığını bulunuz.

SORU 45. $C_1: x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 + 1 = 0$

$$C_2: x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 12x_2 + 43 = 0$$

çemberleri veriliyor. Bu iki çembere göre kuvveti eşit olan noktaların kümesini bulunuz. Bu küme ne belirtir?

SORU 46. $A=(0,1)$, $B=(1,1)$ ve $C=(-1,1)$ noktalarından geçen çember var mıdır? Neden? Varsa bu çemberin denklemini yazınız.

SORU 47. Kesişen iki çembere, arakesit noktalarının birinde, çemberlere çizilen teğetler dik ise bu çemberlere bu noktada dik kesişiyorlar denir. Buna göre

$$S: x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 2x_2 + 6 = 0 \quad \text{ve} \quad S': x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 2x_2 + 6 = 0$$

çemberlerinin dik kesiştiği noktayı bulunuz.